

I OBJECTIFS DE FORMATION

* Les sous-paragraphes concernant le rôle de la pensée algorithmique et l'emploi des calculatrices sont supprimés mais font l'objet d'un chapeau dans le programme à proprement parlé (voir II).

* Sous-paragraphes supplémentaires concernant les épreuves écrites en temps limité : connaissances exigibles, indications à fournir, barème.

4- Organisation du texte des programmes

Il n'y a plus de rubrique Travaux pratiques à la fin des chapitres.

II PROGRAMME DES CLASSES PC ET PC*

ACTIVITÉS ALGORITHMIQUES ET INFORMATIQUE

Le texte général est repris des anciens paragraphes sur le sujet, mais les algorithmes proposés sont ici rassemblés, étant précisé qu'ils ne constituent nullement une extension de programme. Cette liste diffère de l'ensemble des algorithmes qui étaient proposés en rubrique Travaux Pratiques.

ALGÈBRE LINÉAIRE ET GÉOMÉTRIE

I. ALGÈBRE LINÉAIRE ET GÉOMÉTRIE AFFINE

Dans le chapeau apparaissent les équations aux différences finies dans les problèmes linéaires issus de l'algèbre à étudier.

1- Espaces vectoriels ; applications linéaires

a) Somme directe de sous-espaces vectoriels

* Ajout : Définition d'une famille libre, d'une famille génératrice en dimension quelconque (dans l'ancien programme ces notions étaient étudiées en première année).

* Ajout : Lorsqu'on a la décomposition $E = \bigoplus_i E_i$ caractérisation d'une application linéaire de E dans F par ses restrictions aux E_i . Famille de projecteurs associée à cette décomposition.

b) Image et noyau d'une application linéaire

Le théorème du rang et les résultats sur les isomorphismes ne sont plus rappelés dans ce paragraphe.

* Disparition : définition de l'espace dual E^* . Les résultats sur les hyperplans sont dans le paragraphe suivant.

c) Equation linéaire

C'est un nouveau paragraphe. Il complète l'étude des systèmes d'équations linéaires.

d) Trace d'un endomorphisme

Pas de changement.

2- Déterminants

c) Déterminant d'une matrice carrée

Le calcul du déterminant d'une matrice de la forme $\begin{pmatrix} A & C \\ 0 & D \end{pmatrix}$ figure maintenant dans ce paragraphe de même que la définition de matrices carrées semblables.

II. RÉDUCTION DES ENDOMORPHISMES

1- Sous-espaces stables, polynômes d'un endomorphisme

a) Sous-espaces stables

Pas de changement.

b) Polynôme d'un endomorphisme, d'une matrice

* Ajout : Cas de matrices carrées semblables.

2- Réduction d'un endomorphisme

a) Valeurs propres, vecteurs propres d'un endomorphisme

* Disparition : automorphisme $u \mapsto auu^{-1}$ et relations entre éléments propres de u et auu^{-1} .

b) Polynôme caractéristique

* Ajout : Si F est stable par u le polynôme caractéristique de l'endomorphisme de F induit par la restriction de u divise le polynôme caractéristique de u .

d) Réduction d'un endomorphisme en dimension finie

* Ajout : Trigonalisation d'un endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé (théorème admis). Mis à part les cas élémentaires tout exercice de trigonalisation doit comporter une indication.

3- Réduction des matrices carrées

a) Eléments propres

* Disparition : Automorphisme $M \mapsto PMP^{-1}$ de l'algèbre $\mathcal{M}_n(\mathbf{K})$.

b) Réduction

* Ajout : Toute matrice dont le polynôme caractéristique est scindé est semblable à une matrice triangulaire supérieure. Les étudiants n'ont pas à connaître de méthode générale de trigonalisation.

III. ESPACES EUCLIDIENS, GÉOMÉTRIE EUCLIDIENNE

1- Espaces préhilbertiens réels ou complexes

a) Produit scalaire

Pas de changement.

b) Orthogonalité

En colonne de droite : Exemples d'étude et d'emploi de suites de polynômes orthogonaux (cela figurait avant en travaux pratiques).

2- Espaces euclidiens

a) Bases orthonormales

* Disparition : Isomorphisme de E sur l'espace dual E^* (le dual n'étant plus au programme).

b) Projections orthogonales

Pas de changement.

• Disparition : la notion d'adjoint d'un endomorphisme n'est plus au programme.

c) Endomorphismes symétriques, orthogonaux

Disparition bien sûr de toutes les définitions et propriétés liées à la notion d'adjoint. Le reste est inchangé.

d) Réduction des endomorphismes symétriques

• En plus de la recherche d'une équation réduite de conique qui figurait déjà dans le cadre Travaux Pratiques est ajouté le cas des quadriques.

ANALYSE ET GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE

I. SUITES ET FONCTIONS

1- Normes et distances, suites

On ne caractérise plus $N' \leq \alpha N$ à l'aide de suites convergent vers 0 pour N ou N' .

2- Espaces vectoriels normés en dimension finie

Le chapeau de ce chapitre est sensiblement modifié, en particulier avec la disparition du programme des suites de Cauchy.

a) Suites d'éléments d'un espace vectoriel normé de dimension finie

* Disparition : Les suites de Cauchy et les résultats liés à cette notion.

* Disparition : le théorème de Bolzano-Weierstrass (ce point figurait dans les approfondissements PC*)

b) Etude locale d'une application, continuité

* Disparition : La définition d'un point intérieur à une partie.

* Disparition : Caractérisation séquentielle des points adhérents, des parties fermées.

* Disparition : Image réciproque d'une partie ouverte, d'une partie fermée par une fonction continue.

La démonstration du théorème sur l'image d'un compact par une application continue est maintenant hors programme.

* Disparition : la caractérisation séquentielle des compacts (ce point figurait dans les approfondissements PC*)

* Disparition : la notion de continuité uniforme et le théorème de Heine (ces points figuraient dans les approfondissements PC*)

c) Continuité des applications linéaires

Pas de changement.

3- Suites et séries de nombres réels ou complexes

a) Suites et séries

* Ajout : Etude de suites de nombres réels ou complexes définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$, étude de la vitesse de convergence lorsque f possède certaines propriétés (ces points figuraient avant dans la rubrique Travaux Pratiques).

a) Séries de nombres réels positifs

* Disparition : Développement décimal d'un nombre réel positif.

* Disparition : Critère de Cauchy pour la convergence d'une série de nombres réels ou complexes.

4- Suites et séries de fonctions

Le chapeau de ce chapitre précise que l'étude de la convergence uniforme et les théorèmes qui la mettent en œuvre sont hors programme.

a) Convergence simple, convergence normale

* Disparition : Convergence uniforme.

b) Approximation des fonctions d'une variable réelle

● On donne une définition de l'approximation uniforme des fonctions sans utiliser la convergence uniforme (maintenant hors-programme).

* Ajout : Polynôme de Lagrange d'une fonction et exemples d'utilisation.

* Ajout : Exemples d'obtentions et d'emploi d'approximation uniformes de fonctions (ces points figuraient avant dans la rubrique Travaux Pratiques). On conserve le théorème d'approximation uniforme par des fonctions en escalier et les théorèmes de Weierstrass.

II. FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE : DÉRIVATION ET INTÉGRATION

1) Dérivée des fonctions à valeurs vectorielles

a) Dérivée en un point, fonctions de classe C^1

Pas de changement.

b)- Fonctions de classe C^k

Paragraphe inchangé.

b)- Fonctions de classe C^k par morceaux

Paragraphe inchangé.

2) Intégration sur un segment des fonctions à valeurs vectorielles

a) Intégrale d'une fonction continue par morceaux

* Ajout : Exemples de méthodes de calcul de valeurs approchées d'intégrales et de comparaison de leurs performances (ce point figurait avant dans la rubrique Travaux Pratiques du programme de première année).

b) Convergence en moyenne quadratique

* Disparition : Norme de la convergence en moyenne et théorème d'intégration terme à terme sur un segment lié à la convergence uniforme.

3) Dérivation et intégration

a) Primitive et intégrale d'une fonction continue

Pas de changement.

b) Étude globale des fonctions de classe C^1

Pas de changement.

c) Formules de Taylor

Paragraphe inchangé.

• Le paragraphe relatif au théorème de relèvement est supprimé. On conserve la fonction Arg et la relation $\text{Arg } u = 2\text{Arctg} \frac{y}{1+x}$.

d) Séries de fonctions de classe C^k

• On retrouve ici l'intégration terme à terme sur un segment d'une série de fonctions continues normalement convergente.

Pour la dérivation on conserve seulement un théorème dans le cas de la convergence normale sur tout segment de I .

• Le paragraphe relatif aux intégrales à paramètre est déplacé : le cadre particulier aux intégrales sur un segment disparaît.

4) Intégrales impropres, 5) Intégration sur un intervalle quelconque

• Nouvelle formulation qui réalise une synthèse des deux précédents programmes : les termes intégrale impropre, intégrale généralisée, fonction intégrables, convergence absolue, divergence et semi-convergence sont tous présents, mais l'étude de la semi-convergence n'est pas un objectif du programme.

5- a) Définition

* Disparition : Utilisation d'une suite croissante (J_n) de segments et les résultats associés.

* Ajout : Un théorème de changement de variable (bijectif) absent de l'ancien programme.

b) Convergence en moyenne quadratique

* Disparition : La convergence en moyenne et la norme associée.

c) Convergence dominée

* Disparition : Le théorème de convergence monotone n'est plus au programme.

d) Intégration terme à terme d'une série de fonctions

On conserve le même théorème.

6- Intégrales dépendant d'un paramètre

• Reformulation complète pour un unique théorème de continuité et un unique théorème de dérivation : plus de séparation des cas suivant le type d'intervalle d'intégration, hypothèses de régularité qui portent sur les fonctions partielles.

III. SÉRIES ENTIÈRES, SÉRIES DE FOURIER

1- Séries de nombres réels ou complexes

a) Comparaison d'une série à une intégrale

* Ajout : Encadrement du reste d'une série convergente, des sommes partielles d'une série divergente; exemples de recherche de valeurs approchées (ces points figuraient avant dans la rubrique Travaux Pratiques).

* Ajout : Exemples d'étude du comportement asymptotique des restes d'une série convergente, des sommes partielles d'une série divergente.

b) Produit de deux séries absolument convergentes

Pas de changement.

2- Séries entières

a) Rayon de convergence d'une série entière

Le lemme d'Abel est appelé par son nom.

b) Série entière d'une variable réelle

* Ajout : Si la série entière $\sum a_n t^n$ converge pour $t = R$, alors la somme est continue sur $[0, R]$ (ce résultat est admis).

2) Séries de Fourier

a) Coefficients de Fourier

* Ajout : Coefficients de Fourier d'une dérivée et application lorsque f est de classe C^k .

b) Convergence en moyenne quadratique

* Disparition : Inégalité de Bessel.

b) Convergence ponctuelle

Dans le théorème de convergence normale on ne cite plus la convergence uniforme.

IV. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

1) Équations différentielles linéaires

a) Systèmes linéaires à coefficients constants.

* Ajout : Pratique de la résolution $X' = AX$ (ce point figurait avant dans la rubrique Travaux Pratiques).

b) Equations linéaires scalaires d'ordre 1 ou 2.

Pas de changement.

2) Notions sur les équations différentielles non linéaires

* Ajout : Ce chapitre est sensiblement étoffé par rapport à l'ancien programme. On y trouve en particulier les équations différentielles à variables séparables et les systèmes autonomes de deux équations du premier ordre (le théorème d'existence et d'unicité d'une solution maximale du problème de Cauchy est admis).

* Ajout : On trouve également dans ce chapitre la recherche de solutions approchées d'un système autonome par la méthode d'Euler, des exemples de construction de courbes intégrales d'une équation différentielle et de trajectoires d'un système autonome.

V. FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

1) Calcul différentiel

a) Applications de classe C^1

Pas de changement.

b) Fonctions numériques de classe C^1

Pas de changement.

c) Dérivées partielles d'ordre supérieur

Pas de changement.

Le paragraphe sur les coordonnées polaires est maintenant en première année. Disparaît du programme l'expression du gradient en polaires.

d) Equations aux dérivées partielles

Ce point figurait avant dans la rubrique Travaux Pratiques.

2) Calcul intégral

Pas de changement (sauf dans la présentation). Les notions sont introduites en vue de leur utilisation en sciences physiques. Tout développement théorique est exclu.

VI. GEOMETRIE DIFFERENTIELLE

C'est une nouvelle partie.

1- Courbes du plan et de l'espace

On y retrouve l'étude des courbes paramétrées qui complète celle des courbes planes faite en première année, de même pour l'étude métrique d'un arc orienté.

2- Courbes et surfaces

* Ajout : un paragraphe sur les surfaces usuelles. On y trouve la description des cylindres, des cônes et des surfaces de révolution. Figurent également des exemples de description de quadriques

* Ajout : Recherche, sur des exemples, de contours apparents cylindriques et coniques

Les autres exemples proposés figuraient avant dans la rubrique Travaux Pratiques.